

具有不完全可靠节点的无向网络终端对可靠性评价方法*

钟子果, 胡爱群, 陈勇

(东南大学 无线电工程系, 江苏 南京 210096)

摘要: 本文分析了 NPR/T 算法处理无向网络时产生错误的原因, 提出了一种适用于具有不完全可靠节点无向网络的终端对可靠性评价方法。该方法通过生成特定有向图结构的事件树, 消除了处理无向网络时带来的错误。在算法没有运行完成的情况下, 仍可得到终端对可靠度的上下界。理论分析和实验结果表明, 本文算法性能优于 ENR/KW 等其它算法。

关键词: 终端对可靠性; 不可靠节点; 无向网络

中图分类号: TN915.02 **文献标识码:** A

1 引言

终端对可靠性是指在通信网的两个指定节点之间, 至少存在一条连通路路径的概率大小。它是通信网可靠性的一个重要测度, 该课题已经引起人们广泛的关注^[1~18]。目前大多数文献在研究通信网终端对可靠性时, 一般均假设链路不可靠, 而节点完全可靠^[6~18], 只有少量的文献涉及到节点不完全可靠的情况^[1~5]。在实际的通信系统中, 通信网中的节点代表通信终端, 它们同样存在失效的可能性, 因此, 研究链路、节点均不完全可靠的通信网可靠性更具有现实意义。

具有不完全可靠节点的有向网络可以很容易地转化为节点完全可靠的等价网络, 但对无向网络来讲则相对困难^[17]。在考虑节点不完全可靠的评价方法中, 文献[1]提出了 AGM (Aggarwal, Gupta, Mista) 方法, 文献[2]提出了 TPR/NF (terminal-pair reliability—Netes and Filin) 算法, 文献[3,4]提出了 NPR/T (node-pair reliability—Torrieri) 方法, 文献[5]提出了 ENR/KW (evaluating network reliability—Ke and Wang) 算法。AGM 方法的计算复杂度随链路数呈指数增长, TPR/NF 算法的计算复杂度也随着节点数呈指数增长, 而实验结果^[5]表明 ENR/KW 算法的性能明显优于 TPR/NF 算法。NPR/T 算法作为一种补偿算法, 可以嵌入到 MD (Modified Dotson) 算法^[6]或其它假设节点完全可靠的其它算法中形成联合算法, 以研究节点不完全可靠的终端对可靠性, 其计算复杂度随链路数呈线性增长。然而, NPR/T 方法在处理某些无向网络时会产生错误的结果, 并且无法通过布尔代数来消除这些错误^[5]。

本文对 NPR/T 方法进行修正, 提出了适用于无向网络终端对可靠性的修正联合算法。通过产生包含有向图结构的事件树, 消除了 NPR/T 方法处理无向图时所带来的错误。而文献[5]虽然指出了 NPR/T 方法的错误, 却无法对其进行修正。计算复杂度分析表明, 本文方法在时间复杂度和空间复杂度方面均显著优于 ENR/KW 算法。实验结果进一步表明了本文方法无论在产生的总的事件数还是运行时间上, 均明显优于 ENR/KW 算法。除此之外, 本文方法保留了 NPR/T 方法的优点, 在算法迭代过程中, 不断更新终端对可靠度的上下界, 从而保证算法在运行结束之前仍可得到终端对可靠度的误差范围, 增加了算法的灵活性, 这是其它算法所不具有的。

2 符号与假设

符号: s, t : 终端对的源节点, 目标节点 (汇点); n, m : 网络中的节点 (顶点) 数, 链路 (边) 数; $\alpha_i, \alpha_s, \beta_i$: 网络中的节点 i , 源节点 s , 链路 i 正常工作的概率; S_i, F_i : 成功, 失效事件 i ; $|S|, |F|$:

* 收稿日期: 2003-08-14 修订日期: 2005-07-18

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (2002AA143010; 2003AA143040); 教育部优秀青年教师资助计划项目

成功, 失效事件数; $S_{i,j}$: S_i 的子事件, 包含终端节点为 j 的各条链路状态的信息; $F_{i,j}$: F_i 的子事件, 包含终端节点为 j 的各条链路状态的信息; N_j, K_j : 指向节点 j 的[失效, 正常工作]链路数; N_s, E_s, P_s : NPR/T、ENR/KW 和本文方法的总生成事件数; P_{succ}, P_{fail} : 本文方法中成功事件数, 失效事件数; $E_{succ}, E_{fail}, E_{medi}$: ENR/KW 算法中的成功事件数, 失效事件数, 中间事件数; N_t, E_t, P_t : NPR/T, ENR/KW 和本文方法的计算时间, 单位为秒; $R_{upper}, R_{lower}, R_{aver}$: NPR/T 方法下的 $s-t$ 终端对可靠度的上下界和平均值; TPR : 无向网络的 $s-t$ 终端对可靠度。

假设: 1) 通信网的网络模型为简单无向图; 2) 所有节点和链路的失效都是互为统计独立的; 3) 每个节点, 链路, 组和网络或是正常工作状态, 或是失效状态; 4) 当且仅当节点能够按预定的目标实现功能, 则认为该节点正常工作; 5) 当且仅当信息能够从初始节点传送到终端节点, 则认为该链路正常工作。

3 文献[3,4]的 NPR/T 方法

NPR/T 方法用一个等价网络替换具有不可靠节点的网络, 该等价网络除了源节点 s 之外, 其它节点均完全可靠。考虑链路 i 和它的终端节点, 在等价网络中, 链路 i 的可靠性变为 $\beta_i \alpha_i$ 。在等价网络中, 链路失效不必是统计独立的。但具有不同终端节点的链路之间仍然保持统计独立。

本节对文献[3,4]给出公式中的若干印刷错误进行了修正。如果成功事件 S_i 中包含网络中正常工作的链路和失效的链路, 将具有相同终端节点的链路划分为一组, 则有:

$$\Pr\{S_i\} = \alpha_s \cdot \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^n \Pr\{S_{i,j}\} \quad (1)$$

如果成功事件 S_i 没有标识指向节点 j 的链路状态, 则 $\Pr\{S_{i,j}\} = 1$ 。如果成功事件 S_i 标识的指向节点 j 的链路中, 链路 $1, 2, \dots, K_j$ 正常工作, 而没有标识其它链路的状态, 则有:

$$\Pr\{S_{i,j}\} = \alpha_j \cdot \left[\prod_{k=1}^{K_j} \beta_k \right] \quad (2)$$

如果成功事件 S_i 标识的指向节点 j 的链路中, 链路 $1, 2, \dots, N_j$ 失效, 链路 $N_j + 1, N_j + 2, \dots, N_j + K_j$ 正常工作, 其中 $K_j \geq 1$ 。则对任意的 $N_j \geq 1$, 可得下式:

$$\Pr\{S_{i,j}\} = \alpha_j \cdot \left[\prod_{k=1}^{N_j} (1 - \beta_k) \right] \cdot \left[\prod_{k=N_j+1}^{N_j+K_j} \beta_k \right], \quad K_j \geq 1 \quad (3)$$

如果 $K_j = 0$, 则当且仅当节点 j 失效或全部 N_j 条链路失效而节点 j 正常工作, 等价网络中的链路 $1, 2, \dots, N_j$ 失效。因此, 可得下式:

$$\Pr\{S_{i,j}\} = (1 - \alpha_j) + \alpha_j \cdot \left[\prod_{k=1}^{N_j} (1 - \beta_k) \right], \quad K_j = 0 \quad (4)$$

因为 S_i 是互不相容事件, 终端对可靠性是所有成功事件的概率之和:

$$R = \sum_{i=1}^{|S|} \Pr\{S_i\} \quad (5)$$

与式 (1) 类似, 对于终端对不可靠度, 则有:

$$\Pr\{F_i\} = \alpha_s \cdot \left[\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq s}}^n \Pr\{F_{i,j}\} \right] \quad (6)$$

$\Pr\{F_{i,j}\}$ 可由式 (2) ~ (4) 给出, 不同之处在于 β_k 是 F_i 中链路的可靠概率。终端对可靠性也可由下式给出:

$$R = \alpha_s - \sum_{i=1}^{|F|} \Pr\{F_i\} \quad (7)$$

考虑节点不可靠的联合算法可以通过 NPR/T 算法嵌入到 MD 算法中来实现。如果算法在运行结束前被终止, 则有:

$$\sum_{i=1}^{M_S} \Pr\{S_i\} \leq R \leq \alpha_s - \sum_{i=1}^{M_F} \Pr\{F_i\} \quad (8)$$

M_S , M_F 分别表示未完成的成功事件和失效事件集合的大小。式 (8) 给出了终端对可靠度的上界和下界。

4 修正的联合算法

4.1 算法的提出与描述

文献[3,4]在提出 NPR/T 方法时, 认为终端对的可靠性是指在一个有向网络中源节点和目标节点之间至少存在一条连通路经的概率。文献[3,4]的研究对象为有向网络, NPR/T 方法在有向网络中计算节点不可靠情况下的终端对可靠性是正确的, 但在利用 NPR/T 方法计算无向网络终端对可靠性时发生了错误。在有向网络情况下, NPR/T 方法作为一种补偿算法, 嵌入到 MD 算法或者其它任意一种可以产生符号可靠性表达式的算法中, 上述被嵌入的算法均假设网络中的节点完全可靠。对于有向网络这是适用的, 但对于无向网络则不适用, 需要对 NPR/T 方法进行修正。文献[5]在提出 ENR/KW 算法的同时, 指出 NPR/T 方法用于无向网络时会出现统计相关性事件, 从而导致错误, 并且无法利用进一步的布尔化简来消除这种错误。本文对 NPR/T 方法进行分析, 提出一种修正方法, 可以消除 NPR/T 方法在处理无向网络时的错误。

前已提及, NPR/T 方法是一种补偿方法, 对于有向网络是适用的。因为对于有向网络, 符号可靠性表达式中的符号既可以表示链路的工作状态又可以表示链路的方向, 因此能够正确应用文献[3,4]提出的一系列公式。然而, 对于无向网络, 符号可靠性表达式只对于节点可靠的网络可靠性能够得到正确的结果, 因为可靠性计算只涉及链路的可靠性, 不涉及节点的可靠性, 终端对的可靠性是表达式中所有符号所对应数值的乘积关系。但是, 这时的符号可靠性表达式中并没有反映出链路的方向信息, 因此, 在应用 NPR/T 方法时, 必须将表达式中的符号表示的边转换为两条平行且反向的有向边, 而无向边在物理上是一条边, 该边转换为两条有向边之后, 这两条边的工作状态应该是相关的, 即如果无向边失效, 则两条有向边都失效; 如果无向边正常工作, 则两条有向边都正常工作。这种转换引入了事件的统计相关性。该无向边应该只参与一次可靠性计算, 而按照 NPR/T 方法, 其结果造成同一条无向边参与了两次可靠性计算, 从而产生了错误的计算结果。

由于可靠性表达式中的符号只表示该无向边的工作状态, 而不表示该边的方向, 因此, 无法确定转化后的两条有向边中的哪一条边参与可靠性计算。这也是为什么布尔化简无法消除错误的根本原因。文献[5]虽然指出布尔化简无法消除错误, 但并没有对其原因进行分析。

本文解决这个问题的思路是先对无向网络进行变换, 使无向网络变换为有向网络, 这同时也引入了事件的统计相关性, 然后再消除事件的统计相关性。消除事件统计相关性的关键在于原始无向网络中的无向边在变换为有向网络后, 保证只有一条对应的有向边参与可靠性计算, 并确定是哪一条有向边。尽管无向边本身没有方向, 但对于一条具体的源节点到目标节点的路径, 其路径在各边上应该有一定的方向, 根据这一特点可以确定哪一条有向边参与特定节点的子事件运算。产生正确的有向图结构, 自然就消除了事件相关性及其带来的错误。其次, 如果节点 i 和节点 j 之间存在一条无向边, 由于转化后的有向边 $\langle i, j \rangle$ 和 $\langle j, i \rangle$ 在物理上是一条链路, 因此 $\langle i, j \rangle$ 失效意味着有向边 $\langle j, i \rangle$ 应该同时失效。文献[3,4]中的 MD+NPR/T 联合算法实现时, 有向边 $\langle i, j \rangle$ 失效对有向边 $\langle j, i \rangle$ 的工作状态没有产生影响, 这显然是不正确的。后面的实验结果表明, 在其它条件不变的情况下, 这种不易察觉的错误导致生成事件数受到影响, 从而增加了产生了错误结果的可能性。需要说明是, NPR/T 方法在文献[3,4]中对有向网络中的应用是没有错误的, 因为不需要进行这种无向边到有向边的转化, 只是在 NPR/T 算法直接推广到无向网络时才会出现这种错误。

值得注意的是，无向边转化为两条有向边和原始网络中两节点之间本身就为两条有向边有所区别，前者使得统计独立事件变为统计相关事件，后者则是统计独立事件，不需要任何处理。本文研究的是前者，NPR/T 算法在处理后者时不会发生错误。

基于此，对原有的 NPR/T 算法进行如下修正：将原始无向图变换为有向图，变换的方法是将图中每条无向边采用两条平行且反向的有向边代替，两条有向边用不同的编号表示。这样的处理与 NPR/T 算法有两点区别：第一，针对原始无向图进行变换，而不像 NPR/T 算法那样在生成符号可靠性表达式之后对表达式对应的图进行有向图的转化；第二，采用不同编号对转化的有向边进行标识，保证在后续的运算中将两条有向边区分开来。这样，当得到符号可靠性表达式时，该表达式既标识链路工作状态的信息又标识了链路的方，从而可以根据表达式产生正确的有向图结构，保证原始无向图的一条无向边在对应的有向图中只参与一次运算。另外，在算法实现过程中，如果图中某条有向边在某一事件中失效，则将该边从图中删除。同时，保证该有向边对应的平行且反向的有向边也要从图中删除。如果某条有向边在某一事件中正常工作，则不作处理，因为该边及其对应反向边可能会构成广度优先搜索时连通路的一部分。如果将 MD+NPR/T 联合算法中的事件树构造由广度优先搜索变为深度优先搜索，可以进一步改进算法，降低算法的空间复杂度。换句话说，事件树中产生的事件由队列存放改为由堆栈存放，相应的事件树的构造方式由广度优先搜索变为深度优先搜索。这样的处理对算法的时间复杂度和可靠度计算的准确性没有影响，但可以大大降低空间复杂度。

BEGIN

令终端对可靠度下界 $R_{lower} \leftarrow 0.0$;

令终端对可靠度上界 $R_{upper} \leftarrow \alpha$;

令初始化事件 $E_1 \leftarrow [0 \ 0 \ \dots \ 0]$;

将事件 E_1 放到堆栈 Q 的栈顶;

WHILE $Q \neq \Phi$ DO

{ 取出堆栈 Q 的栈顶事件 E ;

根据邻接矩阵 G ，产生事件 E 对应的邻接矩阵 GG ;

利用广度优先原则，寻找邻接矩阵 GG 中 $s-t$ 之间的连通路 P ;

IF 该路径 P 存在 THEN

{ 成功事件 $S \leftarrow E + P$;

根据事件 S 产生状态矩阵 H ;

利用式 (1) ~ (4) 和状态矩阵 H ，计算事件 S 对应的可靠概率 $Prob_Succ$;

$R_{lower} \leftarrow R_{lower} + Prob_Succ$;

产生事件 S 的补事件添加到堆栈 Q 的栈顶; }

ELSE { 失效事件 $F \leftarrow E$;

根据事件 F 产生状态矩阵 H ;

利用式 (2) ~ (4), (6) 和状态矩阵 H ，计算事件 F 对应的不可靠概率 $Prob_Fail$;

$R_{upper} \leftarrow R_{upper} - Prob_Fail$; }

END

图 1 修正的联合算法

为了实现节点不完全可靠情况下的终端对可靠度的计算，还定义了一个状态矩阵 $H = [h_{ij}]$ ，用来表示成功或失效事件对应的有向图结构，其中：

$$h_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{如果成功事件 } S \text{ 中边 } \langle i, j \rangle \text{ 正常工作} \\ -1 & \text{如果成功事件 } S \text{ 中边 } \langle i, j \rangle \text{ 失效} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

除此之外，本文方法保留了原算法计算过程中终端对可靠性上下界带来的优点，即可以在算法运行结束之前得到给定精度的通信网终端对可靠性。在算法中，还需要用到集合论的知识。如果一个事件 S 中有 k 个元素，记为 $S \equiv \{1 \ 2 \ 3 \ \dots \ k\}$ ，根据 De Morgan 定律，则事件 S 补 \bar{S} 可以由一系列互不相交事件的并集给出^[6]：

$$\bar{S} = \{\bar{1}\} \cup \{\bar{1}\bar{2}\} \cup \{\bar{1}\bar{2}\bar{3}\} \cup \dots \cup \{\bar{1}\bar{2}\bar{3}\dots\bar{k}\} \quad (10)$$

无向网络用 $n \times n$ 的邻接矩阵 G 表示，原始网络中边的方向性信息用链路矩阵 $EDGE$ 存放，链路和节点的可靠概率分别用向量 $PROB_EDGE$ 、 $PROB_NODE$ 表示。

修正的联合算法步骤如图 1 所示，叙述如下：

输入：通信网的邻接矩阵 G ，链路和节点概率向量 $PROB_EDGE$ 、 $PROB_NODE$ 以及源节点 s 和汇点 t 。

输出：链路和节点均不完全可靠时，通信网的 $s-t$ 终端对可靠度上下界 R_{upper} ， R_{lower} 。

当算法运行完全时， $s-t$ 终端对可靠度上下界 R_{upper} ， R_{lower} 的数值结果将保持一致。当算法在程序结束前终止时，根据终端对可靠度的上下界可以知道数值结果的误差范围，也可以通过设置误差范围的方法在计算精度满足要求时终止程序。

4.2 算法示例

利用文献[5]的无向网络对本文方法进行说明。图 2 为一个无向网络，将图 2 的原始无向图转化为图 3 的有向图，每条无向边都用平行且方向相反的两条有向边代替，每条有向边都用不同的数字编号

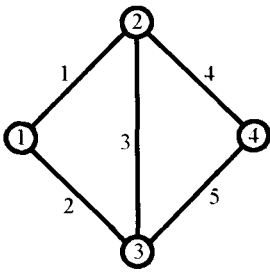


图 2 无向网络^[5]

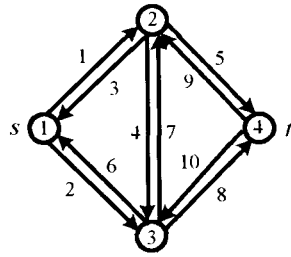


图 3 图 2 经本文方法变换后的有向网络

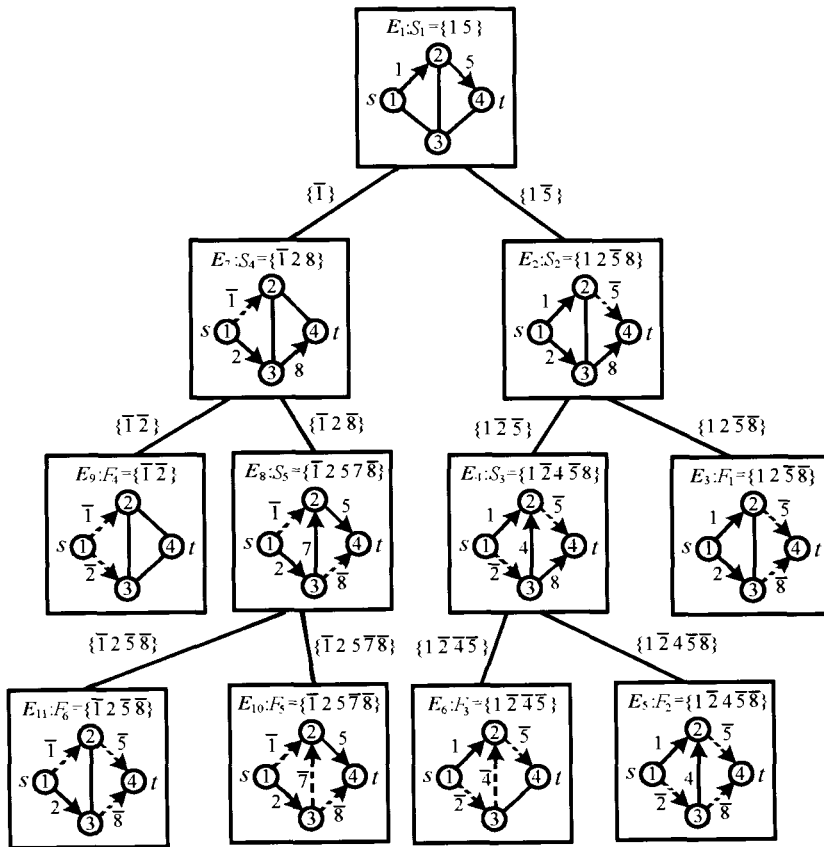


图 4 利用本文方法产生的事件树

标识。应用本文方法，可以得到如图 4 所示的事件树，事件树包含了特定的有向图结构，以使得得到正确的可靠性计算结果。

首先，对终端对可靠性上下界赋初值， $R_{lower} \leftarrow 0.0$ ， $R_{upper} \leftarrow \alpha_s$ 。原始无向图的邻接矩阵

$$\text{阵 } G' \text{ 表示为 } G' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{ 邻接矩阵 } G \text{ 为原}$$

始无向图经处理后得到的有向

$$\text{图, } G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 0 & 8 \\ 0 & 9 & 10 & 0 \end{bmatrix}。 \text{ 堆栈 } Q$$

用于

存放待处理的事件，算法进行迭代之前将事件 $E_1 = [0 \ 0 \ \dots \ 0]$ 放入堆栈 Q 中，此时堆栈 Q 中只有一个事件 E_1 。然后，从堆栈 Q 的栈顶取出事件 E ，此时事件 E 即为 E_1 。根据事件 E_1 和邻接矩阵 G 产生对应的邻接矩阵 GG 。广度搜索邻接矩阵 GG ，可以得到一条从源节点 s 到汇点 t 的连通路，该路由有向边 1 和 5 构成，链路的方向如图 4 中根结点对应的子图所示。在图 4 中，带方向的虚线表示该链路在当前事件中失效，带方向的实线表示该链路在当前事件中正常工作，无方向的实线表示当前事件没有标识该链路的状态。

因为从源节点 s 到汇点 t 存在一条路径，将该事件记为成功事件

S_1 。根据成功事件 S_1 产生状态矩阵 H ，此时 $H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ，从状态矩阵 H 中可以看出，对于节点

2，成功事件 S_1 中只有链路 1 指向节点 2，且链路 1 为正常工作状态。对节点 2 应用式 (2)，可得 $\Pr\{S_{1,2}\} = \alpha_2 \cdot \beta_1$ ；对于节点 3， S_1 中没有标识指向节点 3 的链路状态，因此 $\Pr\{S_{1,3}\} = 1$ ；对于节点 4，与节点 2 同理，可得 $\Pr\{S_{1,4}\} = \alpha_4 \cdot \beta_5$ 。因此，可以得到 $\Pr\{S_1\} = \alpha_1 \cdot \Pr\{S_{1,2}\} \Pr\{S_{1,3}\} \Pr\{S_{1,4}\} = \alpha_1 \cdot (\alpha_2 \beta_1) \cdot 1 \cdot (\alpha_4 \beta_5)$ 。事件 S_1 的补事件为 $\{\bar{1}\}$ 和 $\{\bar{1}\bar{5}\}$ ，将它们添加到堆栈 Q 的栈顶。接着，从事件栈中取出栈顶事件 $\{\bar{1}\bar{5}\}$ ，根

据该事件和图 G 得到一个新的邻接矩阵 $GG = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix}$ ，值得注意的是，链路 5 失效意味着其对应

有向链路 9 应该同时失效，因此 $gg_{24} = gg_{42} = 0$ 。根据邻接矩阵 GG ，找到一条连通路径 {28}，它和栈顶事件 {15} 合在一起为成功事件 {1258}。由事件 {15} 和成功事件 {1258} 产生补事件 {125} 和 {1258}，放入事件栈 Q 中。继续从堆栈 Q 的栈顶取出事件，重复上面的操作，直到堆栈 Q 为空，程序终止。此时，可以得到节点不完全可靠时的 $s-t$ 终端对可靠性上下界 R_{upper} 、 R_{lower} 。在假设链路和节点的可靠概率均为 0.9 时，可以得到 $R_{lower} = R_{upper} = 0.760078728$ ，该结果与 ENR/KW 算法得到的数值结果完全一致。而利用 NPR/T 方法处理图 2 的无向网络时，则得到错误的结果^[5]。

4.3 计算复杂度分析

对于事件树中每一个结点所对应的子图来说，由于采用邻接矩阵作为图的存储结构，所以利用广度优先搜索寻找从源点 s 到汇点 t 的时间复杂度为 $O(n^2)$ 。又由于利用本文方法生成的总的事件数为 P_s ，所以总的时间复杂度为 $O(n^2 \cdot P_s)$ ；另一方面，每个事件含有 m 个元素，其空间复杂度为 $O(m)$ ，而构造事件树时采用深度优先搜索原则，事件树的空间复杂度是树的深度的线性函数，所以总的空间复杂度为 $O(m^2)$ ，而修正前的算法采用广度优先搜索原则，事件树的空间复杂度是总的生成事件数 N_s 的线性函数，因此修正前算法的总的空间复杂度为 $O(m \cdot N_s)$ 。通过比较二者可以看出，空间复杂度大大降低。而对于 ENR/KW 算法来讲，总的时间复杂度^[5]为 $O(n \cdot m \cdot E_s)$ ，总的空间复杂度为 $O(n \cdot m^2)$ 。一般情况下，实际网络中 $n < m$ 并且往往 $n \ll m$ ^[4]，又由实验结果部分可知，ENR/KW 算法得到的总的生成事件数 E 总是明显大于本文方法得到的总的生成事件数 N_s ，因此，无论从时间复杂度还是从空间复杂度来看，本文方法均明显优于 ENR/KW 算法。几种算法的计算复杂度比较结果如表 1 所示。

表 1 几种算法的计算复杂度比较结果

	MD+NPR/T 联合算法	ENR/KW 算法	本文算法
时间复杂度	$O(n^2 \cdot N_s)$	$O(n \cdot m \cdot E_s)$	$O(n^2 \cdot P_s)$
空间复杂度	$O(m \cdot N_s)$	$O(n \cdot m^2)$	$O(m^2)$

5 实验结果

本节的几种算法均采用 C 语言编写，在 2GHz 主频的 Pentium 4 处理器的微机上运行，假设节点和链路的可靠概率均为 0.9。首先给出 NPR/T 算法的实验结果，从而表明 NPR/T 算法在计算无向网络的终端对可靠性的不足。然后再将本文算法与 ENR/KW 算法进行比较，说明本文算法的优越性。

通过文献[5]中的一组基准图和 $G_{10,10}$ 对几种算法进行说明。 $G_{i,j}$ 表示网络中有 i 个节点，其中节点 1 到 j 之间是完全连通的， $j \leq i$ 。图 5 为用于测试的基准图 $G_{8,6}$ ，源点 s 位于节点 1，汇点 t 位于节点 4，即节点 $[i/2]$ 位置。在表 2 至表 5 中，0.000 表示计算时间小于 0.001 秒。

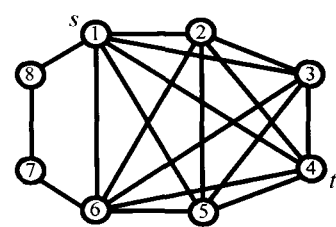


图 5 用于测试的基准图

表 2 无向网络中 NPR/T 算法的实验结果

网络	N_{succ}	N_{fail}	N_s	R_{lower}	R_{upper}	R_{over}	N_t (s)
$G_{8,4}$	12	30	42	0.7934979269	0.8976895615	0.8455937442	0.000
$G_{10,4}$	18	72	90	0.5805224580	0.8937285300	0.7371254940	0.000
$G_{8,6}$	311	453	764	0.7951964556	0.8999158457	0.8475561507	0.000
$G_{8,7}$	3326	2982	6308	0.7952591172	0.8999869006	0.8476230089	0.047
$G_{10,7}$	2951	4947	7898	0.7952567418	0.8999867484	0.8476217451	0.078
$G_{8,8}$	24781	17724	42505	0.7952690806	0.8999914913	0.8476302859	0.328
$G_{10,8}$	44272	46579	90851	0.7952697828	0.8999978541	0.8476338184	0.953
$G_{10,9}$	709010	487387	1196397	0.7952721981	0.8999996391	0.8476359186	14.375
$G_{10,10}$	8373702	5135201	13508903	0.7952725881	0.8999997033	0.8476361457	181.485

表 2 是 NPR/T 算法应用于无向网络情况下的实验结果， N_{succ} 、 N_{fail} 和 N_s 分别表示 NPR/T 方法产生的成功事件数，失效事件数和总生成事件数， R_{lower} 、 R_{upper} 和 R_{over} 分别表示 NPR/T 方法得到的终端对可

表 3 本文算法与 ENR/KW 算法的比较结果

网络	E_s	P_s	E_t (s)	P_t (s)	TPR
$G_{8,4}$	48	42	0.000	0.000	0.8069419252
$G_{10,4}$	226	90	0.000	0.000	0.7016207595
$G_{8,6}$	1839	764	0.015	0.000	0.8098227251
$G_{8,7}$	11883	6292	0.125	0.031	0.8099667965
$G_{10,7}$	27077	7840	0.406	0.063	0.8099643686
$G_{8,8}$	69918	41949	0.875	0.297	0.8099922860
$G_{10,8}$	234847	88500	3.985	0.906	0.8099933692
$G_{10,9}$	2245128	1149354	45.156	13.500	0.8099987851
$G_{10,10}$	19205214	12143193	432.422	162.296	0.8099997214

表 4 两种算法构成事件树的各组成部分事件数

网络	ENR/KW 算法			本文方法			
	E_{succ}	E_{fail}	E_{mch}	E_s	P_{succ}	P_{fail}	P_t
$G_{8,4}$	18	0	30	48	12	30	42
$G_{10,4}$	52	0	174	226	18	72	90
$G_{8,6}$	573	549	717	1839	311	453	764
$G_{8,7}$	5055	3810	3018	11883	3318	2974	6292
$G_{10,7}$	6490	7620	12967	27077	2929	4911	7840
$G_{8,8}$	43088	0	26830	69918	24502	17447	41949
$G_{10,8}$	72665	74139	88043	234847	43215	45285	88500
$G_{10,9}$	933952	770370	540806	2245128	682012	467342	1149354
$G_{10,10}$	11772182	0	7433032	19205214	7590844	4552349	12143193

优越性^[5]。表 3 的结果进一步表明，本文方法在总的生成事件数和运行时间两方面，其性能均明显优于 ENR/KW 算法。

表 4 给出了分别采用本文算法和 ENR/KW 算法得到的总生成事件数中各组成部分的事件数。从表中可以看到，对于 ENR/KW 算法的某些无向网络来说，事件树中没有包含失效事件，即在构造整个事件树的过程中，都没有出现过失效事件。而终端对可靠性的上界需要不断迭代计算失效事件所对应的不可靠概率，没有失效事件意味着无法将 ENR/KW 算法改写为计算终端对可靠性上下界的算法。

当 ENR/KW 算法在程序运行结束之前终止，则无法得到终端对可靠性的误差范围。而采用本文方法时，在算法迭代过程中，由于终端对可靠度的上下界数值不断更新，从而保证算法在运行结束前仍可得到终端对可靠度的误差范围，体现了算法的灵活性。表 5 给出在指定误差范围情况下，本文方法与 ENR/KW 算法计算时间的比较结果。可以看出，如果终端对可靠度数值结果达到要求的精度，采用本文方法时就没有必要将程序完全运行结束。这样可以进一步减少运行时间，提高算法的执行效率。

表 5 指定误差范围情况下，本文算法与 ENR/KW 算法计算时间的比较结果

指定误差	本文方法						ENR/KW	
	0.01	0.001	0.0001	0.00001	0.000001	0.0000001	无误差	无误差
$G_{8,4}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$G_{10,4}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$G_{8,6}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.015
$G_{8,7}$	0.016	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.031	0.125
$G_{10,7}$	0.016	0.047	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.406
$G_{8,8}$	0.094	0.156	0.235	0.297	0.297	0.297	0.297	0.875
$G_{10,8}$	0.235	0.407	0.672	0.860	0.906	0.906	0.906	3.985
$G_{10,9}$	2.953	5.547	9.531	10.985	12.765	13.500	13.500	45.156
$G_{10,10}$	30.718	58.906	106.985	126.765	150.578	162.296	162.296	432.422

可靠性下界，上界和平均值， N_s 表示 NPR/T 方法的运行时间。通过对比表 2 和 3 的数据可知，NPR/T 算法得到的可靠性结果是错误的。由于选边策略或被嵌入算法的不同，对于同一无向网络和给定的源节点、目标节点，NPR/T 算法可能会得到不同的数值，但都是错误的。从表 2 可知，NPR/T 算法在程序迭代完成后，其终端对可靠性下界和上界仍不能保持一致。以 MD+NPR/T 联合算法为例，对比表 2 和表 3 的结果，NPR/T 算法生成的事件数 (N_s) 也与真实的事件数 (P_s) 有差异。即 P_s 是对 N_s 的修正。从表 3 可以看出，本文方法有效消除了 NPR/T 方法处理无向图带来的事件统计相关性，终端对可靠性上下界均得到了和 ENR/KW 算法一致的结果。ENR/KW 算法通过比较总生成事件数和运行时间两个性能指标已证明了相对于 TPR/NF 算法的

而由于 ENR/KW 算法在任意时刻都无法估计出终端对可靠度的误差范围，故只能运行程序直到结束。当网络规模较大时，本文方法所体现的灵活性更为突出。与 ENR/KW 算法类似，AGM 方法^[1]和 TPR/NF^[2]算法也同样需要算法运行直到结束。

6 结论

具有不可靠节点的无向网络终端对可靠性评价是通信网可靠性的研究难点之一, 文献[5]基于网络分解的思想, 提出了 ENR/KW 算法, 是目前评价具有不可靠节点的无向网络终端对可靠性的有效算法。本文首先通过分析, 给出 NPR/T 算法处理无向网络时产生错误的本质原因, 然后通过产生特定有向图结构的事件树, 消除了 NPR/T 算法处理无向网络时带来的事件相关性, 使修正后的联合算法适用于无向网络。理论分析和实验结果表明, 本文算法能够得到正确的可靠性结果, 并在运算时间和总生成事件数两个指标上均明显优于 ENR/KW 算法。

参考文献:

- [1] Aggarwal K K, Gupta J S, Misra K B. A simple method for reliability evaluation of a communication system [J]. *IEEE Trans. Comm.*, 1975, 23(5): 563-566.
- [2] Netes V A, Filin B P. Consideration of node failures in network-reliability calculation [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1996, 45(1): 127-128.
- [3] Torrieri D. Calculation of node-pair reliability in large networks with unreliable nodes [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1994, 43(3): 375-377, 382.
- [4] Torrieri D. An efficient algorithm for the calculation of node-pair reliability [A]. *Proc. IEEE MILCOM'91* [C]. 1991-11. 187-192.
- [5] Ke W J, Wang S D. Reliability evaluation for distributed computing networks with imperfect nodes [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1997, 46(3): 342-349.
- [6] Yoo Y B, Deo N. A comparison of algorithms for terminal-pair reliability [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1988, 37(2): 210-215.
- [7] Rai S, Kumar A, Prasad E V. Computing terminal reliability of computer network [J]. *Reliability Engineering*, 1986, 16(2): 109-119.
- [8] Dotson W P, Gobien J O. A new analysis technique for probabilistic graphs [J]. *IEEE Trans. Circuits & Systems*. 1979, 26(10): 855-865.
- [9] Hsu S J, Yuang M C. Efficient computation of marginal reliability-importance for reducible+ networks [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 2001, 50(1): 98-106.
- [10] Hsu S J, Yuang M C. A network reduction axiom for efficient computation of terminal-pair reliability [J]. *Computers & Mathematics with Applications*, 2000, 40(2-3): 359-372.
- [11] Hsu S J, Yuang M C. Efficient computation of terminal-pair reliability using triangle reduction in network management [A]. *Proc. IEEE ICC* [C]. 1998. 281-285.
- [12] Kuo S Y, Lu S K, Yeh F M. Determining terminal-pair reliability based on edge expansion diagrams using OBDD [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1999, 48(3): 234-246.
- [13] Chen Y G, Yuang M C. A cut-based method for terminal-pair reliability [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1996, 45(3): 413-416.
- [14] Soh S, Rai S. Experimental results on preprocessing of path/cut terms in sum of disjoint products technique [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1993, 42(1): 24-33.
- [15] Soh S, Rai S. CAREL: Computer aided reliability evaluator for distributed computing networks [J]. *IEEE Trans. Parallel & Distributed Systems*. 1991, 2(2): 199-213.
- [16] MacGregor M, Grover W D, Maydell U M. Connectivity: A performance metric for reconfigurable transport networks [J]. *IEEE J. Selected Areas in Comm.*, 1993, 11(9): 1461-1469.
- [17] Deo N, Medidi M. Parallel algorithm for terminal-pair reliability [J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1992, 41(2): 201-209.
- [18] Page L B, Perry J E. Reliability of directed networks using the factoring theorem[J]. *IEEE Trans. Reliability*, 1989, 38(5): 556-562.

作者简介: 钟子果 (1981-), 男, 东南大学硕士研究生, 研究方向为通信网的可靠性, 无线传感器网; 胡爱群 (1965-), 男, 东南大学教授, 博士生导师, 研究方向为信息安全和通信信号处理; 陈勇 (1976-), 男, 东南大学博士研究生, 研究方向为通信网的可靠性, 无线局域网。

度系数达到了 $2.28 \times 10^{-6} \text{ppm}/^\circ\text{C}$ 的高精度, 并且在 $\Delta V=10\text{V}$ 宽电源电压幅度范围作用下, 使其具有 $1.2\text{mV}/\text{V}$ 的电源抑制特性和 79dB 的直流电源抑制比 $PSRR$ 。基于以上性能优点, 使得该基准电路可以广泛应用在温度变化范围大、工作电压幅度宽的 Bipolar/BiCOMS 型集成电路设计中。

参考文献:

- [1] Behzad Razavi. Design of Analog CMOS Integrated Circuits [M]. McGraw-Hill, 2001. 246-290; 377-397.
- [2] Phillip E, Allen Douglas, R Holberg. CMOS Analog Circuit Design [M]. Oxford University Press Second Edition, 2002. 153-159.
- [3] Paul R Gray. Analysis and Design of Analog Integrated Circuits [M]. John Willy & Sons Fourth Edition 2001. 253-334; 553-613.
- [4] 李玉山, 来新泉. 电子系统集成设计技术[M]. 北京: 电子工业出版社出版社, 2002. 58-61.
- [5] Sumer Can, Mark S Richards Robert A Pease. A 3V Thermostat Circuit [A]. **Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, 1996, Proceeding of the 1996**[C]. 1996-9/10. 105-108.
- [6] W Todd, Harrison J Alvin, Connelly Richard Stair. An Improved Current-Mode CMOS Voltage Reference [A]. **Mixed-Signal Design, 2001, SSMDS, 2001 Southwest Symposium** [C]. 2001-02. 23-27.

作者简介: 王静秋 (1979-), 女, 在读博士, 研究方向为数模混合集成电路设计; 来新泉 (1963-), 男, 博士, 西安电子科技大学教授, 研究方向为数模混合集成电路设计。

A high accuracy bipolar bandgap reference with wide input voltage range

WANG Jing-qiu, LAI Xin-quan, CHEN Fu-ji, LOU Shun-tian, LING Wen-sheng
(Institute of Electronic CAD, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A bandgap reference based on bipolar technology is presented. Simulated with Hspice, it possesses a temperature coefficient of $2.28 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Under the condition of $\Delta V=10\text{V}$ wide input voltage range, it possesses the power supply rejected characteristic of $1.2\text{mV}/\text{V}$ and high DC $PSRR$ of 79dB .

Key words: bandgap reference; temperature coefficient; power supply rejected ratio

(续第 143 页) (from page 143)

Evaluation method for terminal-pair reliability in undirected networks with unreliable Nodes

ZHONG Zi-guo, HU Ai-qun, CHEN Yong
(Department of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: After analyzing the reason for the error of NPR/T algorithm occurred when adapted to the undirected networks, an evaluation method for computing terminal-pair reliability in undirected networks with unreliable nodes is proposed. The event tree including the specific directed graph structure is generated to consider the effect of unreliable nodes. Thus, the incorrect results due to the transformation of undirected graph using the existing algorithm can be removed. Furthermore, the lower and upper bound can be obtained even before completion of the algorithm. The theoretical analysis and experimental results show that the proposed algorithm greatly outperforms conventional algorithms such as ENR/KW.

Key words: terminal-pair reliability; unreliable node; undirected networks